

## FRACCIONES Y VIDEOJUEGOS. ¿UNA RAZÓN PARA JUGAR?

Alfonso Olvera, Alfredo Martínez, Freddy Villamizar y Hugo Estrada

Cinvestav – IPN

aolverav@cinvestav.mx

México

**Resumen.** Los videojuegos son un medio válido de aprendizaje pues, además de aprovechar las propiedades didácticas de la lúdica, permiten involucrar al jugador de manera natural en situaciones que en la vida real no resultan significativas o sencillas de recrear. El presente trabajo propone el diseño de Aritban, un videojuego educativo, como promotor de un conjunto de estrategias de comparación de fracciones que permitan a los estudiantes fortalecer su noción de tamaño de los números racionales. Asimismo, se reporta una primera experiencia con un grupo de estudiantes de 12 años de edad, que mostraron un cambio de estrategias de comparación de fracciones luego de 200 minutos de jugar Aritban.

**Palabras clave:** fracciones, orden, tamaño, videojuegos, motivación

**Abstract.** Videogames are a valid learning medium since, in addition to exhibiting the didactic properties of play, they naturally involve the player in situations that in real life are not as meaningful or easy to recreate. The educational videogame Aritban was designed to promote a set of strategies for fraction comparison that may lead students to strengthen their notion of rational number size. A first experience shows a group of 12 year old students change their fraction comparison strategies after 200 minutes of playing Aritban.

**Key words:** fractions, order, size, videogames, motivation

### Introducción

Las dificultades que los estudiantes experimentan al enfrentarse a las fracciones han sido explicadas principalmente por las diferencias estructurales existentes entre los números enteros y los números racionales. Es un consenso general que los números racionales pueden ser caracterizados como un conjunto de subconstrucciones matemáticas relacionadas entre sí pero distintas en su fenomenología y, por lo tanto, su función (ver, por ejemplo, Behr, Harel, Post y Lesh, 1993; Freudenthal, 1983; Kieren, 1988).

Desde una perspectiva didáctica, un entendimiento completo de los números racionales requiere de la comprensión de cada una de sus subconstrucciones y de la integración de todas ellas. En el salón de clases, se pretende perseguir este objetivo mediante actividades que involucran a los estudiantes en situaciones que les ayudan a construir cada una de las facetas del número racional, por medio de las diversas interpretaciones de la grafía  $A/B$  de las fracciones asociadas a cada una de las subconstrucciones de los números racionales.

En la práctica, sin embargo, las actividades propuestas suelen limitarse a la idea de que una fracción representa una cantidad como parte de un todo, en un sentido de inclusión en el que la parte es necesariamente elemento del todo (Cortina y Zúñiga, 2008), perdiendo por completo el corazón del esquema de las fracciones: el que  $A$  sea  $n$  veces tan grande como  $B$  implica que  $B$  es una  $n$ ésima parte de  $A$ .

Lo anterior, que es una consecuencia del cambio de paradigma desde los números enteros, que hablan del cuánto, a las fracciones, que hablan del qué tanto, confunde a los estudiantes que por primera vez observan cómo la multiplicación puede “hacer más chico” y la división puede “hacer más grande” a algo.

El objetivo del videojuego Aritban, cuyo diseño se expondrá más adelante, es proponer al estudiante actividades que promuevan un conjunto de estrategias de comparación de fracciones, que a su vez les ayuden a formar esta noción, más compleja, de tamaño.

### La noción de tamaño

Varios autores han señalado que el reconocimiento de equivalencias y la noción de que una cosa es más grande que otra precede fenomenológicamente a cualquier operación aritmética (ver, por ejemplo, Behr, Wachsmuth y Post, 1984; Freudenthal, 1983). Esto concuerda con las observaciones hechas por Piaget y Szeminska (1987), quienes postulan que los niños atraviesan las etapas a) de evaluación global de conjuntos o cantidades continuas, b) de correspondencia de elementos o propiedades como altura y espacio cubierto, pero aún sin equivalencia durable, y c) correspondencia numérica con equivalencia necesaria, mucho antes de estar preparados para considerar una colección como una reunión de unidades de la forma  $1 + 1 + 1 + \dots$

Consecuentemente, se ha sugerido que la instrucción sobre operaciones aritméticas con fracciones debe posponerse para priorizar los conceptos de orden y equivalencia durante los primeros años de educación (Bezuk y Cramer, 1989; Cramer, Post y del Mas, 2002). Ambos conceptos, orden y equivalencia, están asociados a la noción de tamaño.

Una apropiada noción del tamaño de las fracciones se evidencia en, por ejemplo, la capacidad de un estudiante para juzgar la suma de  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{1}{6}$  como menor que 1 (Cramer, Post y del Mas, 2002), o para estimar la suma de  $\frac{6}{7}$  y  $\frac{9}{8}$  en 2, sin la necesidad de recurrir a los algoritmos usuales con lápiz y papel, de la misma manera que un estudiante que ha desarrollado una secuencia numeral anidada (Olive, 2001) no requiere de algoritmos con lápiz y papel para juzgar que la suma de 38 y 42 es menor que 100.

### Comparación de fracciones

Los números racionales, en su calidad de números, poseen una propiedad de tamaño y, por lo tanto, pueden compararse y ordenarse según su tamaño. Sin embargo, y debido a la complejidad de la construcción de los números racionales, cuando se habla de estrategias de comparación más comúnmente se hace referencia a una comparación de fracciones que a una comparación de números racionales.

Como lo expone Freudenthal (1983), las situaciones de repartición, en las cuales usualmente una persona entra en contacto por primera vez con los números racionales, pueden dar origen a las expresiones, por ejemplo,  $1/2$ ,  $2/4$ ,  $3/6$ , etc. Todas ellas hacen referencia al mismo objeto matemático, el número racional a cuya clase de equivalencias pertenecen, pero emergen de manera natural de situaciones distintas. En realidad lo que se compara son los tamaños de los números racionales, pero la comparación se realiza a través de fracciones y, de hecho, todas las operaciones aritméticas con números racionales aprendidas en la escuela se realizan sobre la gráfica  $A/B$  de las fracciones, es decir, sobre una composición numerador-denominador.

Behr, Wachsmuth, Post y Lesh (1984) detectaron cuatro estrategias de comparación de fracciones comúnmente desarrolladas por los estudiantes, a las que denominaron a) del mismo numerador, b) del mismo denominador, c) transitiva, y d) residual, que no dependen de métodos comúnmente revisados en la secuencia curricular tradicional, como la búsqueda de un denominador común o el algoritmo del producto cruzado.

Las estrategias del mismo numerador y del mismo denominador se apoyan en la relación inversa que existe entre el número de partes iguales en que se puede dividir una unidad y el tamaño de cada una de esas partes. Comparar dos fracciones con el mismo denominador implica comparar piezas que son del mismo tamaño, de modo que el factor decisivo es la cantidad de piezas. Comparar dos fracciones con el mismo numerador implica comparar conjuntos con el mismo número de piezas pero de tamaños diferentes para cada conjunto, de modo que el factor decisivo es el tamaño de la pieza, es decir el tamaño de la fracción unitaria.

### Lúdica

Un juego es siempre intrínsecamente motivante, es decir, no requiere de recompensas externas a la propia mecánica del juego, aunque ellas existan. Esto es así al menos para quien verdaderamente considera a determinada actividad un juego. Pero aunque el juego carece de cualquier fin externo a él, sí tiene, por otro lado, propósitos internos, y en su análisis sobre el trabajo de Sutton-Smith, Pellegrini (1995) los resume en cuatro divisiones: propósito de progreso, propósito de poder, propósito de fantasía y propósito de recreación.

De particular interés al diseño de actividades didácticas son el propósito de progreso, que radica en la esencia del juego como medio para desarrollar el conjunto de habilidades, ya sean físicas, mentales o sociales, requeridas para vencer en él; y el propósito de recreación, que se centra en ofrecer al jugador una experiencia en la cual desee permanecer debido a la gran felicidad y satisfacción que percibe de la actividad que realiza.

### El videojuego

Tomando en consideración los cuatro propósitos de la lúdica, podemos delimitar el concepto de juego y decir que un juego consiste en un conjunto de actividades en que se involucran voluntariamente uno o más participantes en una lucha por cumplir ciertas condiciones de éxito en el marco de un conjunto de reglas definidas para tiempos y espacios finitos.

El videojuego es, por extensión, un juego en que el jugador interactúa con los elementos de un entorno virtual a través de una interfaz electrónica.

El término virtual se refiere a que el entorno no está presente físicamente, sino que es simulado por medio de un equipo de vídeo y sonido, en ocasiones incluso de dispositivos electromecánicos que permiten al usuario percibir movimiento “como si estuviera allí”. Pero hablando en términos generales, los entornos virtuales no necesariamente simulan la realidad como es, sino que se toman ciertas licencias según el aspecto del objeto o situación que el desarrollador desea enfatizar.

Es decir, en un entorno virtual se puede, a diferencia de lo que sucede en la realidad misma, ignorar tantos aspectos de la realidad como convenga a una particular interpretación de determinado objeto o situación, suspendiendo las estrictas consecuencias de la acción y ofreciendo la oportunidad de interactuar con tantos y tan variados escenarios como se necesite o se desee. Por lo tanto, si bien existen videojuegos que entre sus objetivos cuentan con una simulación muy aproximada de la realidad, es posible encontrar también aquellos que simulan una realidad no real en nuestro mundo, en el sentido de postular leyes físicas y situaciones diferentes a las que el jugador experimenta día a día.

El diseñador del videojuego educativo puede aprovechar esta flexibilidad para cuidar que las actividades que el jugador realiza, como advierte Dondlinger (2007), estén alineadas tanto con la fantasía que es marco para la experiencia del videojuego como con las habilidades que se desean desarrollar.

### El videojuego Aritban

Dickey propone (2006) que un ritmo lento de juego es más propicio para la observación y la reflexión, que es un elemento indispensable para que el contenido educativo tenga un impacto sobre el jugador. Con esto en mente, se consideró el popular videojuego de puzzle Sokoban, cuyo objetivo es empujar cajas, una a la vez y sin posibilidad de tirar de ellas, hasta lugares designados dentro de un laberinto reducido en el menor número posible de pasos, y se agregó el requerimiento de acomodar los objetos en orden de menor a mayor.

Cada nivel de Aritban es un reto por ordenar rocas etiquetadas con fracciones de menor a mayor entre dos pilares. Cada conjunto de fracciones, representadas por rocas etiquetadas, es elegido como promotor de un modelo específico de comparación de fracciones, tomando como base los

modelos de comparación de fracciones descritos por Behr y sus asociados (Behr, Wachsmuth, Post y Lesh, 1984).

### Modelos de comparación de fracciones

Se tomó por tanto la siguiente secuencia de modelos. RI indica la posibilidad de encontrar una razón numerador-denominador entera, RE indica la posibilidad de encontrar una razón numerador-numerador o denominador-denominador entera. Entre paréntesis se da el ejemplo de un par de fracciones que pueden ordenarse bajo este modelo:

La fracción es mayor si el denominador es el mismo y el numerador es mayor. ( $2/4 < 3/4$ ).

La fracción es mayor si el denominador es menor y el numerador es el mismo. ( $4/3 < 4/2$ ).

Cualquier fracción impropia es mayor que cualquier fracción propia. ( $2/3 < 5/3$ ).

Al compararse con una cantidad mayor que ambas fracciones, es mayor la fracción más cercana a esa cantidad. Caso RI RE ( $1/2 < 3/4$ ).

Al compararse con una cantidad mayor que ambas fracciones, es mayor la fracción más cercana a esa cantidad. Caso RI ( $4/12 < 6/16$ ).

Al compararse con una cantidad menor que ambas fracciones, es menor la fracción más cercana a esa cantidad. Caso RI RE ( $4/2 < 12/5$ ).

Al compararse con una cantidad menor que ambas fracciones, es menor la fracción más cercana a esa cantidad. Caso RI ( $16/6 < 12/4$ ).

Al compararse con una cantidad mayor que ambas fracciones, es mayor la fracción más cercana a esa cantidad. Caso RE ( $4/12 < 6/16$ ).

Al compararse con una cantidad menor que ambas fracciones, es menor la fracción más cercana a esa cantidad. Caso RE ( $4/3 < 16/9$ ).

Entre cualesquiera dos fracciones puede proponerse una fracción intermedia que ayude a distinguir las con claridad. ( $2/5 < 4/7$ ).

Al avanzar por los niveles de Aritban el jugador debe descubrir estos modelos de comparación de fracciones para encontrar la solución. Esta secuencia crece en dificultad para el jugador, según lo reportan Karplus, Pulos y Stage (1983).

### La experiencia

En 2011, en el contexto del curso de Maestría en Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, se observó la experiencia

que un grupo de cinco estudiantes de primer año de secundaria, alrededor de los 12 años de edad, tuvo con Aritban. Este estudio se realizó en la Ciudad de México bajo la supervisión de la Dr. Olimpia Figueras y la Dr. Silvia Mayén, asesoras del curso de Metodología de la investigación.

Se les pidió a los estudiantes que resolvieran un test antes y después de 200 minutos de juego, en un lapso de tiempo total de dos semanas. El objetivo de estos tests fue registrar diferencias en la estrategia de comparación de fracciones antes y después de la experiencia de juego.

Un estudiante, durante el pretest, intentó auxiliarse de la recta numérica para encontrar una fracción mayor que  $1/9$  y menor que  $1/8$ , pero la dificultad para identificar con precisión intervalos iguales tan pequeños sobre la recta le impidió reconocer si  $1/9$  era menor o mayor que  $1/8$ . En el postest, al proponerle que encontrara una fracción ubicada entre  $1/6$  y  $1/7$ , y luego de otro intento fallido por construir una recta numérica lo suficientemente precisa, el estudiante busca fracciones equivalentes para facilitar su tarea. No atreviéndose a escribir  $6.5/42$  como una fracción entre  $6/42$  y  $7/42$ , multiplica una vez más para obtener  $12/84$  y  $14/84$ , y finalmente escribe  $13/84$ . No es claro si el estudiante, en el postest, reconoce que  $13/84$  se ubica entre  $1/6$  y  $1/7$ , o si piensa que las transformaciones que ha efectuado lo han trasladado a una situación diferente de la inicial.

Otros estudiantes cambian también de alguna manera sus estrategias, pasando del uso de rectángulos para indicar partes de un todo o rectas numéricas de construcción complicada a expansiones decimales o búsqueda de fracciones equivalentes, pero sólo el estudiante que se ha descrito logra encontrar una equivalencia de fracciones útil para resolver el ítem.

Aunque no es claro el motivo por el que los estudiantes han decidido desechar sus anteriores estrategias y buscar nuevas, una modificación al diseño actual de Aritban debería permitir identificar estas transiciones de preferencia por una estrategia u otra, y se considera positivo que los estudiantes intenten descubrir nuevas estrategias de comparación luego de su experiencia con Aritban.

Los estudiantes se mostraron entusiasmados e interesados en continuar jugando una vez que las dos semanas de prueba concluyeron. Al término del postest todos mencionaron que sentían haber aprendido matemáticas y que les gustaría seguir aprendiendo de esa manera.

Todos mostraron una mejora gradual en su desempeño con Aritban, lo que es notable, pues no se hizo ningún tipo de intervención pedagógica durante el juego. El cambio se debió al desarrollo de una habilidad para ordenar fracciones, una habilidad para resolver laberintos, al estudio voluntario de fracciones con el objeto de mejorar en el juego, o a alguna combinación de estas proposiciones, que en ningún caso resulta poco deseable.

## Conclusiones

La mecánica de juego de Aritban es una muestra del beneficio que pueden aportar los videojuegos a la didáctica de las matemáticas, y por lo tanto parece absurdo continuar ignorando el diseño de videojuegos educativos como herramienta viable y legítima en la educación.

La evidencia apunta a que, al no poder avanzar de un nivel a otro utilizando un razonamiento que consideraban suficiente, y posteriormente un método de prueba y error, la interacción con Aritban incitó a los estudiantes a replantear sus estrategias de comparación de fracciones, atreviéndose incluso a probar algunas de esas nuevas estrategias en el postest.

De la bibliografía revisada hasta el momento no parece existir un estudio previo que utilice un videojuego educativo de estas características para trabajar con algún aspecto relacionado con las fracciones. Será necesario entonces un estudio que dé mayor seguimiento a estos u otros participantes.

## Referencias bibliográficas

- Behr, M., Harel, G., Post, T., y Lesh, R. (1993). Rational numbers: Towards a semantic analysis – emphasis on the operator construct. En T. Carpenter, E. Fennema y T. Romberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research* (pp. 13-47). NJ: Erlbaum.
- Behr, M., Wachsmuth, I., Post, T., Lesh, R. (1984). Order and equivalence of rational numbers: A clinical teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(5), 323-341.
- Bezuk, N., y Cramer, K. (1989). Teaching about fractions: What, when, and how. En P. Trafton (Ed.), *National Council of Teachers of Mathematics 1989 Yearbook: New Directions For Elementary School Mathematics* (pp. 156-167). VA: NCTM.
- Cortina, J. Zúñiga, C. (2008). Ratio-like comparisons as an alternative to equalpartitioning in supporting initial learning of fractions. En O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano y A. Sepulveda, *Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX Vol. 2* (pp. 385-392). México: Cinvestav-UMSNH.
- Cramer, K., Post, T., y del Mas, R. (2002). Initial fraction learning by fourth and fifth grade students: A comparison of the effects of using commercial curricula with the effects of using the Rational Number Project curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(2), 111-144.
- Dickey, M. (2006). Game design narrative for learning: Appropriating adventure game design narrative devices and techniques for the design of interactive learning environments. *Educational technology research and development*, 54(3), 245–263.

- Dondlinger, M. (2007). Educational video game design: A review of the literature. *Journal of applied educational technology*, 4(1), 21-31.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. NY: Kluwer Academic.
- Karplus, R., Pulos, S., Stage, E. (1983). Proportional reasoning of early adolescents. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 45-90). FL: Academic Press.
- Kieren, T. (1988). Personal knowledge of rational numbers - Its intuitive and formal development. En J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 162-181). VA: NCTM.
- Olive, J. (2001). Children's number sequences: An explanation of Steffe's constructs and an extrapolation to rational numbers of arithmetic. *The Mathematics Educator*, 11(1), 4-9.
- Pellegrini, A. (1995). *The future of play theory: A multidisciplinary inquiry into the contributions of Brian Sutton-Smith*, NY: New York Press.
- Piaget, J., y Szeminska, A. (1987). *Génesis del número en el niño*. Buenos Aires: Guadalupe.